

so erhalten wir für die Energieverteilung der verdampften Photoprotonen

$$I(E_p) dE_p = \text{const } E_p \sigma_C(E_p) \exp \left[-\frac{E_p}{T(E_{p \text{ max}})} \right] dE_p$$

oder umgeformt

$$\mu = \ln \left[\frac{I(E_p)}{E_p \sigma_C(E_p)} \right] = \text{const} - \frac{E_p}{T(E_{p \text{ max}})}.$$

Da T in dem in Frage kommenden Energieintervall als konstant, d. h. unabhängig von der Energie E_p , angenommen werden kann, ist somit μ eine lineare Funktion von E_p . Während $I(E_p)$ experimentell bestimmt worden ist, sind die σ_C -Werte einer bei BLATT und WEISSKOPF⁶ angegebenen Tabelle (interpoliert) entnommen

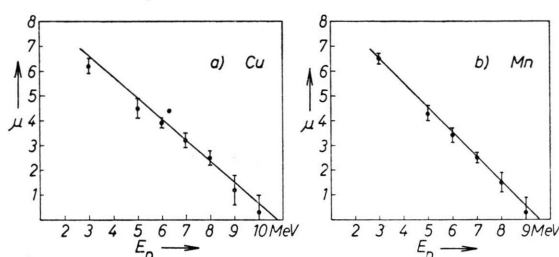


Abb. 1. $\mu = f(E_p)$ zur Bestimmung der Kerntemperatur.

worden mit einem $r_0 = 1,3 \cdot 10^{-13}$ cm. In Abb. 1 ist nun $\mu = f(E_p)$ dargestellt worden; man erhält eine Gerade, deren Neigung die Kerntemperatur T ergibt. Danach ist

$$T_{\text{Mn}} = 1,0 \pm 0,1 \text{ MeV} \text{ und } T_{\text{Cu}} = 0,87 \pm 0,1 \text{ MeV}.$$

⁶ J. M. BLATT u. V. F. WEISSKOPF, Theoretical Nuclear Physics, John Wiley & Sons, Inc., New York 1952.

⁷ E. GRAVES u. L. ROSEN, Phys. Rev. **89**, 343 [1953].

Während für Mangan keine anderen Meßergebnisse vorliegen, ist ein Vergleich des Kupfer-Wertes mit bisherigen Messungen möglich. GRAVES und ROSEN⁷ erhielten mittels der unelastischen Streuung von Neutronen von 14 MeV für Kupfer $T_{\text{Cu}} = 0,77 \pm 0,08$ MeV. LIVESSEY⁵ und DIXON⁸ benutzten für ihre Cu-Messungen (Emission von Photoneutronen) eine 70 MeV-Bremsstrahlung. Sie erhielten eine Kerntemperatur von $T_{\text{Cu}} = 1,2 \pm 0,1$ MeV. Unter Benutzung der $\text{Li}(p, \gamma)$ -Strahlung fand CHASTEL⁹ für Kupfer eine Kerntemperatur von $T_{\text{Cu}} = 1,0 \pm 0,1$ MeV.

Die Werte, die sich nach einer zur Berechnung der Kerntemperatur angegebenen Näherungsformel $[T \sim (100/A)^{1/2}]$ (s. LIVESSEY⁵) ergeben, betragen für Mangan $T_{\text{Mn}} \sim 1,35$ MeV und für Kupfer $T_{\text{Cu}} \sim 1,25$ MeV.

Die Werte der einzelnen Messungen variieren ziemlich. So liegen die Cu-Werte zwischen den Werten 0,77 und 1,2 MeV. Hierbei muß man aber bedenken, daß sämtliche Werte für die Kerntemperaturen nur als Näherungswerte zu betrachten sind. Schon in der zitierten Arbeit¹ stellten wir fest, daß man mittels der statistischen Theorie keine vollständige Beschreibung unserer experimentellen Ergebnisse erzielen kann. Nach WILKINSON'S Resonanz-Prozeß sind sowohl der Compound-Kernzustand als auch der direkte Prozeß möglich, wobei der letztere Prozeß bei weitem überwiegen soll. Unser erhaltener Cu-Wert stimmt danach innerhalb der Fehlergrenzen gut mit den bisherigen Resultaten überein.

Herrn Prof. Dr. TH. SCHMIDT danke ich für einige Diskussionen. Des weiteren danke ich dem Ministerium für Atomkernenergie und Wasserwirtschaft für finanzielle Unterstützung.

⁸ D. L. DIXON, Can. J. Phys. **33**, 785 [1955].

⁹ M. R. CHASTEL, C. R. Acad. Sci., Paris **242**, 1440 [1956].

Zur Anwendung der Tamm-Dancoff-Methode in der Quantentheorie nichtlinearer Wellengleichungen

VON K. LADÁNYI

Forschungsgruppe für Theoretische Physik der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest

(Z. Naturforschg. **13 a**, 906—908 [1958]; eingegangen am 18. September 1958)

Wie bekannt, führt die zur Integration der HEISENBERG'Schen nichtlinearen Operatorengleichung angewandte „neue TAMM-DANCOFF-Methode“ zu einem unendlichen Gleichungssystem folgender Form¹⁻³:

$$\tau(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots x^{(m)} \alpha^{(m)} | y^{(n)} \varrho^{(n)} \dots y^{(1)} \varrho^{(1)}) \\ = -\frac{i}{2} l^2 \int d^4 x^{(1)} G_{\alpha(1)\beta(1)}(x^{(1)} - x'^{(1)}) f^{(1)}[\tau(x'^{(1)} \beta^{(1)} \dots x^{(m+1)} \alpha^{(m+1)} | y^{(n+1)} \varrho^{(n+1)} \dots y^{(1)} \varrho^{(1)})], \quad (1)$$

¹ W. HEISENBERG, Nachr. Akad. Wiss., Göttingen 1953, S. 111.

² W. HEISENBERG, Z. Naturforschg. **9 a**, 292 [1954].

³ W. HEISENBERG, F. KORTTEL u. H. MITTER, Z. Naturforschg. **10 a**, 495 [1955].



wo G die GREENSCHE Funktion der masselosen DIRAC-Gleichung ist. Zur Abbrechung des Gleichungssystems wird die Funktion $f^{(i)}(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots)$ der letzten Gleichung mit den sogenannten φ -Funktionen nach folgender Definition ausgedrückt:

$$\tau(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots) = \sum_{k=0} \varphi(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots)_k^{(2)} \quad (2)$$

und die Funktion φ mit höchster Variabelnzahl wird vernachlässigt. Im obigen Zusammenhang ist $\varphi(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots)_k^{(2)}$ die Summe jener φ -Funktionen, die

k Kontraktion enthalten⁴, und

$$\frac{1}{2} S_F(x^{(i)} \alpha^{(i)} y^{(j)} \varrho^{(j)}) = \langle 0 | \psi(x^{(i)} \alpha^{(i)}) \psi^\dagger(y^{(j)} \varrho^{(j)}) | 0 \rangle. \quad (3)$$

Zur Erleichterung der Integration sowie zur Sicherung der Konvergenz des TAMM-DANCOFF-Verfahrens ist die Approximation der τ -Funktionen mit höherer Variabelnzahl durch einfachere τ_0 -Funktionen (die aus Funktionen mit niedriger Variabelnzahl aufgebaut sind) zweckmäßig. Die τ_0 -Funktionen werden im folgenden mit der Methode der durchschnittlichen quadratischen Abweichung bestimmt:

$$I(m|n) = \int \dots \int d^4x^{(1)} \dots d^4x^{(m)} d^4y^{(n)} \dots d^4y^{(1)} (\tau - \tau_0)^+ (\tau - \tau_0) = \text{Min}. \quad (4)$$

Zusammengefaßt: Die Näherungen der τ -Funktionen sind auf Grund des Systems der Gln. (1) (statt τ mit τ_0 an den rechten Seiten) und (4) zu bestimmen.

Auf Grund der vorhergehenden betrachten wir das Problem der Abbrechung des Gleichungssystems. Im folgenden suchen wir für die Bestimmung der Funktion S_F statt der Definition (3) eine Gleichung, die eine notwendige Bedingung der Vernachlässigbarkeit der Funktion $\varphi(\dots x^{(m)} \alpha^{(m)} | y^{(n)} \varrho^{(n)} \dots)$ mit genügend hoher Variabelnzahl ist. Zu diesem Zwecke wird die Funktion $\tau_0(\dots x^{(m)} \alpha^{(m)} | y^{(n)} \varrho^{(n)} \dots)$ in $I(m|n)$ gemäß (2) durch φ -Funktionen ausgedrückt, und die

Funktion $\varphi(\dots x^{(m)} \alpha^{(m)} | y^{(n)} \varrho^{(n)} \dots)$ vernachlässigt. So ergibt die Variation nach S_F^+ (bei festgesetzten τ) die Bestimmungsgleichung der Funktion S_F . Nach der Vernachlässigung der Funktion $\varphi(\dots x^{(m)} \alpha^{(m)} | y^{(n)} \varrho^{(n)} \dots)$ kann also Gl. (2) als Variationsansatz betrachtet werden. Es ist nachweisbar, daß man im Falle von FERMI- und BOSE-Teilchen in den niedrigsten Näherungen zum Vakuum Erwartungswert (3) gelangt.

Im folgenden erscheint die Verallgemeinerung des Zusammenhanges (2) zur Beschleunigung der Konvergenz der TAMM-DANCOFF-Methode zweckmäßig. Zu diesem Zweck wird statt (2) die folgende Definition eingeführt:

$$\tau(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots) = \sum_{k=0} \varphi(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots)_k^{(2)} + \sum_{k=0} \varphi(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots)_k^{(4)}. \quad (5)$$

Im obigen Zusammenhang ist $\varphi(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots)_k^{(4)}$ die Summe jener φ -Funktionen, die k Kontraktionen vierter Ordnung enthalten:

$$\varphi(x^{(1)} x^{(2)} x^{(3)} \dots | y^{(n)} y^{(n-1)} y^{(n-2)} \dots)_1^{(4)} = \delta(1, 2 | n, n-1) \frac{1}{2} D(x^{(1)} x^{(2)} | y^{(n)} y^{(n-1)}) \varphi(x^{(3)} \dots | y^{(n-2)} \dots) + \dots,$$

wo $\delta(1, 2 | n, n-1)$ gleich $+1(-1)$ ist, wenn die zur Umordnung der Variablen notwendige Zahl der Permutationen gerade (ungerade) ist.

Die oben angeführte Variationsmethode kann auch bei der Einführung von (5) angewendet werden, die Variation nach S_F^+ und D^+ ergibt die Bestimmungsgleichungen der Funktionen S_F und D .

Das Variationsverfahren ist auch für die annähernde

Bestimmung der φ -Funktionen mit höherer Variabelnzahl anwendbar. Es scheint zweckmäßig z. B. die Funktion $\varphi(\dots x^{(m)} \alpha^{(m)} | y^{(n)} \varrho^{(n)} \dots)$ mit höchster Variabelnzahl aus Funktionen mit niedriger Variabelnzahl aufzubauen und die Bestimmungsgleichungen dieser Funktionen von $I(m|n)$ mit Variation herzuleiten. Im Falle von m FERMI-Teilchen und n BOSE-Teilchen z. B. kann ein Ansatz folgender Form eingeführt werden:

$$\begin{aligned} & \varphi_0(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots x^{(m+n)} \alpha^{(m+n)} | y^{(n)} \varrho^{(n)} \dots y^{(1)} \varrho^{(1)}) \\ &= \sum_{i^{(1)} \dots i^{(n)}} \int \dots \int d^3p^{(1)} \dots d^3p^{(m+n)} U(p^{(1)} t^{(1)} \alpha^{(1)} \dots p^{(m)} t^{(m)} \alpha^{(m)}; p^{(m+1)} t^{(m+1)} i^{(1)} \dots p^{(m+n)} t^{(m+n)} i^{(n)}) \\ & \quad \times e^{i(p_i^{(1)} x_i^{(1)} + \dots + p_i^{(m)} x_i^{(m)})} \varphi_{i^{(1)}}(p^{(m+1)}; x^{(m+1)} \alpha^{(m+1)} | y^{(1)} \varrho^{(1)}) \dots \varphi_{i^{(n)}}(p^{(m+n)}; x^{(m+n)} \alpha^{(m+n)} | y^{(n)} \varrho^{(n)}) \\ & \quad + \text{Austauschglieder.} \end{aligned}$$

⁴ vgl. z. B. E. FREESE, Z. Naturforschg. **8 a**, 776 [1953].

Es erscheint sofort, daß die U -Funktion mit der konventionellen TAMM-DANCOFF-Amplitude in Zusammenhang gebracht werden kann.

Zum Schluß bemerken wir, daß auf Grund der zu den Differentialgleichungen der τ -Funktionen gehörenden LAGRANGE-Funktionen

$$L^{(1)}(m|n) = \tau^+(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots) \gamma_{\mu}^{\alpha^{(1)} \beta^{(1)}} \frac{\partial}{\partial x_{\mu(1)}} \tau(x^{(1)} \beta^{(1)} \dots) + l^2 \tau^+(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots) f^{(1)}(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots) + l^2 \tau(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots) \times f^{(1)+}(x^{(1)} \alpha^{(1)} \dots)$$

ein ähnliches Variationsverfahren ausgearbeitet werden kann. Die Variation ist bei festgesetzten $f^{(i)}$ -Funktionen durchzuführen.

Auf Grund des obigen scheint die eingehende Untersuchung der Kontraktions-Funktionen und der höheren Annäherungen der τ -Funktionen zweckmäßig.

BESPRECHUNGEN

Chemical Phase Theory. Von J. ZERNIKE, N. V. Uitgevers-Maatschappij Ae., E. Kluwer, Deventer-Antwerp-Djakarta 1955, XV, 494 S., 642 Abb., Preis geb. DM 82.—.

Wie der Titel vermuten läßt, behandelt ZERNIKE die phänomenologischen Zusammenhänge bei Phasengleichgewichten nach der Methode ROOZEBOOMS. Über 600 Diagramme veranschaulichen die Beziehungen zwischen Druck, Temperatur und den verschiedenen Konzentrationen bei koexistierenden Phasen. Von den thermodynamischen Potentialen und deren analytischer Auswertung wird kaum Gebrauch gemacht. Dies ist kein Nachteil, denn wie ein Blick in ein modernes Lehrbuch der Thermodynamik zeigt, ist der praktische Wert thermodynamischer Formeln bei komplizierteren Systemen selten größer als derjenige eines guten Diagrammes.

Das Werk hat den Aufbau eines Lehrbuches. Der Leser, bei welchem kaum Vorkenntnisse vorausgesetzt werden, wird beim Einfachsten beginnend bis zu den Zusammenhängen bei Fünfstoffsystemen geführt. Die Darstellung ist sehr klar. 64 Aufgaben mit Lösungen erlauben es dem Leser selbst zu überprüfen, wie weit er das Buch verstanden hat. Auch der Fachmann wird viele Anregungen finden.

Der Autor hat den Stoff nicht nur zusammengetragen und geordnet, sondern ihn auch kritisch gesichtet. Dabei ist er begrifflichen Schwierigkeiten nicht aus dem Wege gegangen und hat manches offene Problem zu lösen gesucht. Wie weit ihm dies gelungen ist, wird die künftige Forschung entscheiden. Die Nomenklatur ist gelegentlich eigenwillig, doch dürfte dies dem Buche kaum schaden.

HEINZ MAUSER, Tübingen.

Changes of State. Von H. N. V. TEMPERLEY. Cleaver-Hume Press Ltd., London 1956. XI + 324 S.; Preis 50 sh.

Diese Monographie über die Theorie der Phasenumwandlungen behandelt im einzelnen Verdampfung und Kondensation, Schmelzen und Erstarren, Ordnung und Unordnung in Legierungen, Adsorption, Ferro- und Antiferromagnetismus, Ferroelektrizität und λ -Punkt-Anomalien im festen Zustand, Supraleitfähigkeit, Umwandlung im flüssigen Helium. Einführende Abschnitte sind der Klassifikation von Phasenumwandlungen und allgemeinen theoretischen Betrachtungen gewidmet. Für ein theoretisches Werk mit besonderer Betonung der Bedeutung der mathematischen Methoden findet man recht wenig mathematische Formeln und fast keine Ableitungen. Diese werden durch umfangreiche Literaturverzeichnisse ersetzt. Bei der Fülle des Stoffes und bei der üblichen notwendigen Beschränkung des Umfangs ist dies ein möglicher und vielleicht sogar glücklicher Ausweg und es konnte so eine wohlausgewogene, kritische und hinreichend ausführliche Übersicht über die wesentlichen Originalarbeiten gegeben werden. Der Leser wird nicht nur zuverlässig durch die vielen Gebiete mit ihrer verwirrenden Vielfältigkeit von Vorstellungen und Modellen geführt; er wird ebenso sehr die Klarheit der Darstellung, die Anschaulichkeit der Formulierungen, die Einprägsamkeit durch sorgfältige Gliederung und nicht zuletzt die vorzügliche sprachliche Form genießen. Der Leserkreis ist wohl beschränkt; er dürfte im wesentlichen aus theoretischen Physikern und Physikochemikern mit thermodynamischen und statistisch-mechanischen Interessen bestehen.

J. MEIXNER, Aachen.